VECTORES

Vectores en el **Plano**: $\vec{V} = (x\,,\,y) \in \mathrm{R}^2$

Vectores en el **Espacio**: $\vec{V} = (x\,,\,y\,,\,z) \in \mathrm{R}^3$

Igualdad

$$\forall\, \vec{V}_1 = (x_1\,,\,y_1)\,,\, \vec{V}_2 = (x_2\,,\,y_2) \in \mathbb{R}^2$$

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 \quad \text{si y sólo si} \quad \big((x_1 = x_2) \wedge (y_1 = y_2)\big)$$

Suma y Resta

$$\forall\, \vec{V}_1 = (x_1\,,\,y_1)\,,\, \vec{V}_2 = (x_2\,,\,y_2) \in \mathbb{R}^2$$

$$\boxed{\begin{gathered} \vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (x_1 + x_2\,,\,y_1 + y_2) \\ \vec{V}_1 - \vec{V}_2 = (x_1 - x_2\,,\,y_1 - y_2) \end{gathered}}$$

Propiedades de la Suma

$$\forall\, \vec{V}_1\,,\, \vec{V}_2\,,\, \vec{V}_3 \in \mathbb{R}^2\,,\, \exists\, \vec{0} = (0\,,\,0) \in \mathbb{R}^2$$

1. Conmutativa

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \vec{V}_2 + \vec{V}_1$$

2. Asociativa

$$\left(\vec{V}_1 + \vec{V}_2\right) + \vec{V}_3 = \vec{V}_1 + \left(\vec{V}_2 + \vec{V}_3\right)$$

3. Neutro aditivo

$$\vec{V}_1 + \vec{0} = \vec{V}_1$$

4. Inverso aditivo

$$\vec{V}_1 + \left(-\vec{V}_1\right) = \vec{0}$$

Multiplicación por un Escalar

$$\forall\, \alpha \in \mathbb{R}\,,\, \forall\, \vec{V} = (x\,,\,y) \in \mathbb{R}^2$$

$$\boxed{\alpha\vec{V} = \alpha(x\,,\,y) = (\alpha x\,,\,\alpha y)}$$

Propiedades de la Multiplicación

$$\forall\, \alpha\,,\,\beta \in \mathbb{R}\,,\, \forall\, \vec{V}_1\,,\, \vec{V}_2 \in \mathbb{R}^2$$

1. Distributiva

$$\alpha\left(\vec{V}_1 + \vec{V}_2\right) = \alpha\vec{V}_1 + \alpha\vec{V}_2$$

$$(\alpha + \beta)\vec{V}_1 = \alpha\vec{V}_1 + \beta\vec{V}_1$$

2. Asociativa

$$(\alpha\beta)\vec{V}_1 = \alpha\left(\beta\vec{V}_1\right) = \beta\left(\alpha\vec{V}_1\right)$$

Vectores Paralelos

$\vec{V}_1$ y $\vec{V}_2$ son paralelos si y sólo si $\vec{V}_1$ es múltiplo de $\vec{V}_2$

$$\exists\, \alpha \in \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\boxed{\vec{V}_1 \parallel \vec{V}_2 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{V}_1 = \alpha\vec{V}_2}$$

Producto Punto o Producto Escalar

$$\forall\, \vec{V}_1 = (x_1\,,\,y_1)\,,\, \vec{V}_2 = (x_2\,,\,y_2) \in \mathbb{R}^2$$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{V}_1 \bullet \vec{V}_2 &= (x_1\,,\,y_1) \bullet (x_2\,,\,y_2) \\ \vec{V}_1 \bullet \vec{V}_2 &= x_1x_2 + y_1y_2 \end{aligned}}$$

Propiedades del Producto Punto

$$\forall\, \vec{V}_1\,,\, \vec{V}_2\,,\, \vec{V}_3 \in \mathbb{R}^2\,,\, \forall\, \alpha \in \mathbb{R}$$

1. Conmutativa

$$\vec{V}_1 \bullet \vec{V}_2 = \vec{V}_2 \bullet \vec{V}_1$$

2. Distributiva

$$\vec{V}_1 \bullet \left(\vec{V}_2 + \vec{V}_3\right) = \vec{V}_1 \bullet \vec{V}_2 + \vec{V}_1 \bullet \vec{V}_3$$

3. Asociativa

$$\alpha\left(\vec{V}_1 \bullet \vec{V}_2\right) = \left(\alpha\vec{V}_1\right) \bullet \vec{V}_2 = \vec{V}_1 \bullet \left(\alpha\vec{V}_2\right)$$

Magnitud, Módulo o Norma

$$\forall\, \vec{V} = (x\,,\,y) \in \mathbb{R}^2$$

$$\left\|\vec{V}\right\| = \sqrt{\vec{V} \bullet \vec{V}} = \sqrt{(x\,,\,y) \bullet (x\,,\,y)}$$

$$\boxed{\left\|\vec{V}\right\| = \sqrt{x^2 + y^2}}$$

Vector Unitario

Un vector $\vec{u}$ es unitario si y sólo si $\|\vec{u}\| = 1$

Ángulo entre dos Vectores

$$\forall\, \vec{V}_1\,,\, \vec{V}_2 \in \mathbb{R}^2$$

$$\boxed{\theta = arcos\left(\frac{\vec{V}_1 \bullet \vec{V}_2}{\left\|\vec{V}_1\right\|\,\left\|\vec{V}_2\right\|}\right)}$$

Vectores Ortogonales

$\vec{V}_1$ y $\vec{V}_2$ son ortogonales si y sólo si $\vec{V}_1 \bullet \vec{V}_2 = 0$